(مقالهٔ پژوهشی)

ضریب اصطکاک جریان مغشوش سیّال پایه و نانوسیّال از دیدگاه آماری*

فرهاد وحیدی نیا[۱]   قنبرعلی شیخ‌زاده[۲]

چکیده در این مقاله، روابط ارائه شده در متون علمی برای ضریب اصطکاک جریان مغشوش سیّال پایه و نانوسیّال به‌صورت آماری بررسی و تحلیل شده است. به‌منظور تحلیل آماری و انتخاب بهترین تابع توزیع احتمال برای پارامتر ضریب اصطکاک، از ٤٨ تابع توزیع احتمالاتی و ۳ آمارهٔ کولموگروف-اسمیرنوف، اندرسون-دارلینگ و مربع کای استفاده شده است. پس از تجزیه‌وتحلیل نتایج، مشخص گردید که بر اساس هر سه آماره، تابع توزیع احتمال ضریب اصطکاک در سیّال پایه و نانوسیّال، تابع توزیع احتمال جانسون اس‌بی است. همچنین مشاهده گردید که تابع توزیع احتمال ضریب اصطکاک سیّال پایه و نانوسیّال نسبت به تابع توزیع نرمال پهن‌تر است. از طرفی دیگر، چولگی تابع توزیع احتمال جانسون اس‌بی به طرف راست است.

واژه‌های کلیدی ضریب اصطکاک؛ تابع توزیع احتمال جانسون اس‌بی؛ جریان مغشوش؛ آماره‌های کولموگروف-اسمیرنوف؛ اندرسون-دارلینگ و مربع کای.

The Friction Factor of Turbulent Flow of the Base Fluid and Nanofluid in the Statistical Approach

F. Vahidinia   G.A. Sheikhzadeh

Abstract *In this paper, the presented correlations in scientific literature for friction factor of turbulent flow in the base fluid and nanofluid has been analyzed statistically. In order to perform the statistical analysis and select the best probability distribution function for the friction factor, from 48 probability distribution functions and 3 statistic of Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling and chi squared has been used. The results show that, based on all three statistics, the probability distribution function of the friction factor in the base fluid and nanofluid is the Johnson SB probability distribution function. Furthermore, it was observed that the probability distribution function of the friction factor of the base fluid and nanofluid is wider than the normal distribution function. On the other side, the probability distribution function of Johnson SB has a right skewness.*

Key Words Friction Factor, Johnson SB Probability Distribution Function, Turbulent Flow, The Statistics of Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling and Chi Squared**.**

---

*تاریخ دریافت مقاله ۹۸/٤/۲۳ و تاریخ پذیرش آن ۹۹/۱/۲۵ می‌باشد. **DOI:** 10.22067/fum-mech.v31i1.81926

(۱) دانشجوی دکتری، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران

(۲) نویسندهٔ مسئول: استاد، دانشکدهٔ مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران sheikhz@kashanu.ac.ir

مقدّمه

یکی از پارامترهای مهمی که در انتقال سیّالات همواره مورد توجّه قرار می‌گیرد ضریب اصطکاک دیواره است. ضریب اصطکاک در جریان سیّال به متغیرهای مختلفی وابسته است. این متغیرها در سیّال پایه عبارت‌اند از عدد رینولدز و ساختار جریان از لحاظ آرام یا مغشوش بودن و در جریان نانوسیّال علاوه بر دو متغیر عدد رینولدز و ساختار جریان به متغیرهای دیگری از قبیل کسر حجمی نانوذرات، اندازه و شکل نانوذرات نیز وابسته است [1]. متغیرهای مستقل دیگری نیز در توسعه روابط ضریب اصطکاک مشاهده می‌شود که شامل ابعاد کانال و عدد پرانتل می‌باشند [2]. بعضی از روابط نیز فقط بر حسب فشار جریان سیّال و نسبت منظری کانال ارائه شده‌اند [3]. هدف از مطالعهٔ حاضر بررسی روابط ضریب اصطکاک در جریان مغشوش سیّال پایه و نانوسیّال و تحلیل آماری این پارامتر است. به همین دلیل در این مقاله از روابط ارائه شده برای ضریب اصطکاک سیّال پایه و نانوسیّال در جریان مغشوش استفاده می‌شود.

نانوسیّالات دسته‌ای از سیّالات انتقال حرارت هستند که ذرات فلزی و نافلزی در ابعاد کمتر از ۱۰۰ نانومتر در آن معلق بوده و به‌طور قابل‌ملاحظه‌ای پتانسیل انتقال حرارت را افزایش می‌دهند [4]. از نانوسیّالات با هدف بهبود و افزایش انتقال حرارت بجای سیّالات پایه‌ای چون آب و اتیلن گلیکول استفاده می‌شود. در حوزهٔ نانوسیّالات در سال‌های اخیر پژوهش‌های زیادی انجام شده است که اغلب از نانوذرات مختلفی از جمله Al_2O_3، TiO_2، CuO، SiO_2، Cu، $CNTs$، ZnO، $GNPs$، Fe_3O_4 و Ag و سیّالات پایه‌ای چون آب، روغن، اتیلن گلیکول، پروپیلن گلیکول و مخلوط آب و اتیلن گلیکول استفاده شده است [5]. دانشمندان در مطالعات نانوسیّالات معمولاً دو موضوع را مورد بررسی قرار می‌دهند. موضوع اوّل اینکه با استفاده از نانوسیّال مقدار افزایش انتقال حرارت چقدر است و موضوع دوم، افزایش افت فشار ناشی از استفاده از نانوسیّال چه مقدار است. در پایان مطالعه نیز بر اساس داده‌های آزمایشگاهی و یا عددی روابطی جهت عدد ناسلت و ضریب اصطکاک ارائه می‌نمایند [6, 7]. شرما و همکاران [8] با قرار دادن نوارهای پیچشی با نسبت پیچش مختلف در داخل یک لولهٔ دایره‌ای شکل، به‌طور تجربی جریان مغشوش سیّال نانوی اکسید آلومینیوم-آب را مطالعه نمودند. آنها رابطه‌ای برای ضریب اصطکاک بر حسب عدد رینولدز، کسر حجمی ذرات نانو و نسبت پیچش نوار توسعه دادند. مطالعهٔ آزمایشگاهی انتقال حرارت و افت فشار نانوسیّال نانولوله‌های کربنی چند دیواره و سیّال پایه آب در یک لوله افقی حاوی کوئل سیمی توسط اخوان بهابادی و همکاران [9] انجام شد. آنها بر اساس متغیرهای مستقل عدد رینولدز، کسر حجمی ذرات نانو، نسبت ارتفاع کوئل به قطر لوله و نسبت گام کوئل به قطر لوله رابطه‌ای برای ضریب اصطکاک ارائه کردند. بر اساس روابط توسعه داده شده ضریب اصطکاک، مشاهده می‌شود که سیستم‌های انتقال سیّالات و تأسیسات انتقال حرارت شامل عدم قطعیّت‌هایی می‌باشند. این عدم قطعیّت‌ها در واقع همان متغیرهای مستقل شامل عدد رینولدز، کسر حجمی و قطر نانوذرات، هندسه جریان، نسبت پیچش نوارهای داخل کانال و نسبت منظری می‌باشند؛ بنابراین تغییر هر متغیر منجر به تغییر ضریب اصطکاک و افت فشار جریان می‌شود؛ لذا، جهت کارایی مناسب سیستم‌ها، تحلیل آماری متغیرهای وابسته‌ای همانند ضریب اصطکاک ضرورت دارد. وحیدی‌نیا و همکاران [10] بر اساس تحلیل آماری، اثر کسر حجمی نانوذرات را در انتقال حرارت جابجایی جریان مغشوش در یک لولهٔ دایره‌ای شکل مطالعه نمودند. آنها نتیجه گرفتند مناسب‌ترین تابع توزیع دو پارامتری برای ضریب انتقال حرارت، تابع توزیع گمبل ماکزیمم است. آنها در مطالعه‌ای دیگر [۱۱] اثر قطر نانوذرات را بر خواص

آمـاری جریـان مغشـوش نانوسـیّال بررسـی کردنـد و دریافتند که تابع توزیع احتمال فسچر مناسب‌ترین تـابع توزیع برای عدد ناسلت است.

در مقالهٔ حاضر، ابتدا روابط ضریب اصطکاک ارائه شده برای سیّال پایـه و نانوسـیّال در جریـان مغشـوش مورد بررسی قرار گرفتـه اسـت. سـپس بـا عنایـت بـه اهمیّت عدد رینولدز در جریان مغشوش بر اساس تغییر این متغیر، تحلیل آماری صورت گرفتـه اسـت. جهـت تحلیل آماری از نرم‌افزار ایزی‌فیت استفاده شـده اسـت. بر اساس داده‌های ضریب اصطکاک، از ٤٨ تابع توزیـع احتمـال مختلـف بـا اسـتفاده از تسـت‌هـای کولموگروف-اسـمیرنوف، اندرسـون-دارلینـگ و مربـع کای، بهترین تابع توزیع احتمال متغیـر وابسـته ضـریب اصطکاک گزینش شده است.

روابط ارائه شده برای سیّال پایه و تحلیل آماری آنها

پس از بررسی پژوهش‌های مختلف در حوزهٔ نانوسـیّال مشاهده گردید که اکثر محقّقـان جهـت مقایسـهٔ نتـایج عددی و آزمایشگاهی ضریب اصـطکاک و اطمینـان از صحت مطالعهٔ انجام شده اغلب از دو رابطـهٔ بلازیـوس [12] و پتوخوف [13] استفاده می‌نمایند. این روابـط در جـدول (١) آورده شـده اسـت. همچنـین نیفـون و همکاران [14] انتقال حرارت و افت فشار جریان سـیّال را در یک مبدل حرارتی با لوله‌هـای صـاف و شـیاردار مارپیچی بررسی نمودند. آنهـا رابطـه‌ای بـرای محاسـبه ضریب اصطکاک سیّال پایه در یـک لولـهٔ صـاف ارائـه کردند. از طرفی دیگر لی و همکـاران [15] بـا مطالعـهٔ آزمایشگاهی و عـددی انتقـال حـرارت در یـک مبـدل حرارتی دو لوله‌ای با لوله‌های زبر روابط متعدّدی بـرای ضریب اصـطکاک ارائـه کردنـد کـه رابطـهٔ (٤) جهـت تحلیل آماری انتخاب شده است. آنان در مطالعهٔ عددی جهت حل معادلات حـاکم و ارتبـاط تـنش رینولـدز و میدان سـرعت از مـدل دو معادلـه‌ای Realizable k - ε استفاده نمودند. با بررسی روابـط جـدول (١) مشـاهده می‌شود که پـارامتر عـدد رینولـدز متغیـری مهـم بـرای ضریب اصـطکاک اسـت و بـا افـزایش عـدد رینولـدز، ضریب اصطکاک کاهش می‌یابد. بر اساس جـدول (١) روابطی که ارائه شده است فقط به یک متغیر کـه عـدد رینولـدز اسـت وابسـته مـی‌باشـند. تغییـرات ضـریب اصطکاک بر حسب عدد رینولدز مطابق روابـط جـدول (١) در شکل (١- الف) ترسیم شده است. در این شکل نیز مشاهده می‌شود که با افزایش عدد رینولـدز در هـر دو نوع لولهٔ صـاف و زبـر ضـریب اصـطکاک سـطحی کاهش می‌یابد. از سوی دیگر ضریب اصطکاک سطحی در لوله زبر خیلی بیشتر از لولـهٔ صـاف اسـت کـه ایـن موضوع باعث افت فشار در جریان سیّال مـی‌شـود. بـه همین دلیل در مبحث انتقال سیّالات استفاده از لوله‌های صاف نسبت به لوله‌های زبـر مناسـب‌تـر اسـت. بـرای تعیین بهترین تابع توزیع احتمال برای پـارامتر ضـریب اصطکاک از ٤٨ تـابع توزیـع مختلـف چنـد پـارامتری استفاده شده است.

جدول «١»: روابط ارائه شده ضریب اصطکاک برای سیّال پایه در جریان مغشوش

	رابطهٔ ارائه شده	نویسندگان
(١)	$f = 0.316Re^{-0.25} \quad , \quad \left(3000 \le Re \le 10^5\right)$	بلازیوس [12]
(٢)	$f = \left(0.79\ln Re - 1.64\right)^{-2} \quad , \quad \left(10^4 \le Re \le 5\times10^6\right)$	پتوخوف [13]
(٣)	$f = 0.66Re^{-0.33} \quad , \quad \left(5000 \le Re \le 25000\right)$	نیفون و همکاران [14]
(٤)	$f = 0.3486Re^{-0.18} \quad , \quad \left(3000 \le Re \le 8000\right)$	لی و همکاران [15]

پس از بررسی نتایج بر اساس آماره‌های کولموگروف-اسمیرنوف، اندرسون-دارلینگ و مربع کای مشخص گردید که بهترین تابع توزیع احتمال برای پارامتر ضریب اصطکاک سیّال پایه با تغییر متغیر عدد رینولدز $(\mathrm{Re} < 2\times10^5)$ بر اساس هر سه آماره مذکور، تابع توزیع احتمال جانسون اس‌بی است. این تابع توزیع احتمال به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$f\,(f\,)=\frac{\delta}{\lambda\sqrt{2\pi z}\,(1-z\,)}\exp\left(-\frac{1}{2}\left(\gamma+\delta\ln\left(\frac{z}{1-z}\right)\right)^{2}\right) \qquad (۵)$$

در رابطهٔ (۵)، $z=(f-\xi)/\lambda$ ، γ و δ ضریب شکل، λ ضریب مقیاس و ξ ضریب مکان است. همچنین رابطهٔ بین پارامتر مکان و ضریب مقیاس با ضریب اصطکاک به‌صورت $\xi \le f \le \xi+\lambda$ است.

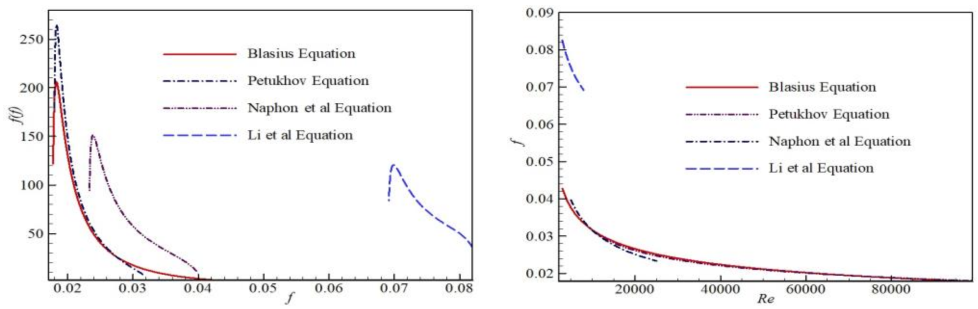
از طرفی دیگر پس از بررسی نتایج آماری مشاهده گردید که بهترین آماره برای تحلیل داده‌های ضریب اصطکاک، آماره کولموگروف-اسمیرنوف است که این موضوع در جدول (۲) منعکس گردیده است. هرچه مقدار آماره کمتر باشد، آن آماره مناسب‌تر است.

تابع توزیع احتمال جانسون اس‌بی برای داده‌های ضریب اصطکاک روابط بلازیوس، پتوخوف، نیفون و همکاران و لی و همکاران در شکل (۱- ب) ترسیم گردیده است.

در شکل (۱- ب) مشاهده می‌شود که تابع توزیع احتمال ضریب اصطکاک همه روابط، چولگی به طرف راست دارد. همان‌طور که در شکل (۱- ب) مشاهده می‌شود تجمع داده‌ها در سمت چپ هر نمودار بیشتر است یا در واقع تغییرات داده‌ها در این منطقه کم است. در سمت راست نمودار نیز مشاهده می‌شود که ضریب اصطکاک تغییرات زیادی نموده است، به همین دلیل نمودار به سمت راست کج شده و یا در واقع چولگی راست پیدا کرده است؛ بنابراین این موضوع را می‌توان به این صورت بیان کرد که اگر نمودار تابع توزیع ضریب اصطکاک چولگی راست داشته باشد با افزایش عدد رینولدز، تغییرات ضریب اصطکاک کمتر می‌شود و یا در واقع وابستگی ضریب اصطکاک به عدد رینولدز کمتر می‌شود. چنین نتیجه‌ای در متون علمی و نمودار مودی نیز مشاهده می‌شود.

جدول «۲»: مقدار آماره‌های کولموگرف-اسمیرنوف، اندرسون-دارلینگ و مربع کای تابع توزیع احتمال جانسون اس‌بی

آماره	بلازیوس [12]	پتوخوف [13]	نیفون و همکاران [14]	لی و همکاران [15]
کولموگروف- اسمیرنوف	۰/۰۱٤۷٦	۰/۰۱۱٦٤	۰/۰۰۷۷۲	۰/۰۱۱۷٥
اندرسون- دارلینگ	۰/۰۳٤٦۷	۰/۰۲۳۹۷	۰/۰۳۰۷٤	۰/۰۲٥٦٥
مربع کای	۰/۰٦۹۳۱	۰/۰۹۲۱۷	۰/۱٦٦۰۷	۰/۰۷۱۰٤



الف		ب

شکل «۱»: الف- تغییرات ضریب اصطکاک بر حسب عدد رینولدز مراجع [15-12]،
ب- تابع توزیع احتمال جانسون اس‌بی ضریب اصطکاک برای روابط مراجع [15-12]

جدول «۳»: مقدار چولگی داده‌های ضریب اصطکاک برای سیّال پایه در جریان مغشوش

	بلازیوس [12]	پتوخوف [13]	نیفون و همکاران [14]	لی و همکاران [15]
چولگی	۱/٦۹٥۱	۱/۱۸۱	۰/۷٦٦۲	۰/٤۱۲۳

بر اساس محاسبات آماری ضریب اصطکاک روابط بلازیوس، پتوخوف، نیفون و همکاران و لی و همکاران، با استفاده از نرم‌افزار ایزی‌فیت، جدول (۳) تنظیم شده است.

بر اساس مقادیر جدول (۳) مشاهده می‌شود که چولگی داده‌های روابط بلازیوس، پتوخوف، نیفون و همکاران و لی و همکاران، مثبت و در واقع نمودار تابع توزیع احتمال آنها دارای چولگی راست است.

همان‌طور که در مطالب بالا بیان گردید روابط تحلیل شده، روابطی یک‌متغیره هستند. نویسندگان مرجع [14] رابطهٔ دیگری نیز برای ضریب اصطکاک در یک لوله‌ی شیاردار بر حسب متغیرهای عدد رینولدز، نسبت ارتفاع شیار به قطر لوله (χ/d_i) و نسبت گام شیار به قطر لوله (p/d_i) توسعه دادند:

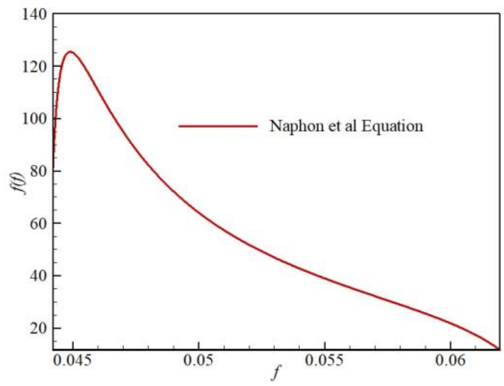
$$f = 7.85\left(\chi/d_i\right)^{1.68}\left(p/d_i\right)^{-0.54} Re^{-0.21} \qquad (٦)$$

در رابطهٔ (٦) عدد رینولدز به‌صورت $5000 \leq Re \leq 25000$، $0.12 \leq \chi/d_i \leq 0.19$ و $0.63 \leq p/d_i \leq 1.05$ است. در تحلیل آماری ضریب اصطکاک از $\chi/d_i = 0.15$ و $p/d_i = 0.78$ استفاده شده است.

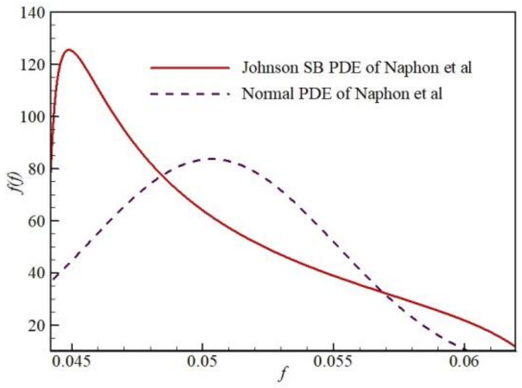
برای رابطهٔ (٦) پس از تحلیل نتایج، مشخص گردید که بر اساس آماره‌های یادشدهٔ بالا، بهترین تابع توزیعی که بتواند تمامی داده‌های ضریب اصطکاک سیّال پایه را تحلیل نماید تابع توزیع احتمال جانسون اس‌بی است که در شکل (۲- الف) ترسیم گردیده است. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود تجمع داده‌ها در سمت چپ نمودار بیشتر است که در واقع داده‌های ضریب اصطکاک نزدیک به هم در سمت چپ نمودار مجتمع گردیده‌اند. در حقیقت تغییرات در ضریب اصطکاک کوچک‌تر، کمتر است. این موضوع به این نتیجه ختم می‌شود که با افزایش عدد رینولدز و ثابت بودن سایر شرایط از قبیل کسر حجمی، نسبت ارتفاع شیار به قطر لوله و نسبت گام شیار به قطر لوله، تغییرات ضریب اصطکاک کمتر می‌شود. بر اساس جدول داده‌های آمار توصیفی رابطهٔ (٦)، مقدار چولگی داده‌ها برابر ۰/٦۸۹۷۸ است. در واقع تابع توزیع احتمال جانسون اس‌بی داده‌ها، چولگی راست دارد و یا تجمع داده‌ها در سمت چپ نمودار بیشتر است. موضوع بعدی که بر اساس شکل (۲- ب) می‌توان به آن اشاره کرد کشیدگی یا برجستگی یا میزان تیزی تابع توزیع احتمال داده‌ها یعنی جانسون اس‌بی نسبت به تابع توزیع احتمال نرمال است. تابع توزیع احتمال نرمال به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$f(f) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{f-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \Big/ \sigma\sqrt{2\pi} \qquad (۷)$$

در رابطهٔ (۷) پارامترهای σ و μ به ترتیب ضریب مکان و پارامتر مقیاس تابع توزیع احتمال نرمال است. اگر داده‌های ضریب اصطکاک به‌طور یکسانی توزیع شوند، در این حالت کشیدگی آنها برابر صفر می‌شود و تابع توزیع آنها نرمال خواهد بود. بر اساس شکل (۲- ب) تابع توزیع احتمال جانسون اس‌بی نسبت به تابع توزیع احتمال نرمال پهن‌تر است.



الف



ب

شکل «۲ الف»: تابع توزیع احتمال جانسون اس‌بی ضریب اصطکاک رابطهٔ (٦) مرجع [14]،
شکل «۲ ب»: مقایسهٔ تابع توزیع احتمال جانسون اس‌بی و نرمال ضریب اصطکاک رابطهٔ (٦) مرجع [14]

از طرفی دیگر، با استفاده از محاسبات نرم‌افزار ایزی‌فیت، میزان برجستگی داده‌های ضریب اصطکاک برای رابطهٔ (٦) نیفون و همکاران برابر مقدار (۰/۵۵۳۵٤-) است. با عنایت به منفی بودن مقدار برجستگی، تابع توزیع احتمال جانسون اس‌بی نسبت به تابع توزیع احتمال نرمال پهن‌تر است. برای روشن شدن این مطلب دوباره به شکل (۱- الف) مراجعه می‌شود. همان‌طور که در شکل (۱- الف) مشاهده می‌شود، در ابتدای نمودار هنگامی‌که عدد رینولدز از مقدار ۵۰۰۰ تا ۲۰۰۰۰ افزایش می‌یابد، تغییرات کاهشی ضریب اصطکاک بسیار زیاد است. از ۲۰۰۰۰ تا ٤۰۰۰۰ این تغییرات کاهشی کم و در نهایت در اعداد رینولدز بالا تغییرات بسیار اندک است؛ یعنی در اعداد رینولدز بالا مقادیر ضریب اصطکاک به یکدیگر نزدیک و در واقع تجمع داده‌های ضریب اصطکاک در این محدوده از اعداد رینولدز زیاد است. تغییرات زیاد ضریب اصطکاک در اعداد رینولدز کم و تغییرات کم آن در اعداد رینولدز بالا باعث پراکندگی داده‌ها گردیده است. به‌منظور توضیحات بیشتر، از شکل (۲- ب) استفاده می‌شود. میانگین داده‌های ضریب اصطکاک بر اساس رابطهٔ نیفون و همکاران برابر ۰/۰۵۰۳٤ است. با عنایت به تجمع داده‌ها در اعداد رینولدز بالا، مقدار ماکزیمم نمودار در سمت چپ مقدار میانگین قرار دارد. از طرفی دیگر با توجّه به تغییرات کم ضریب اصطکاک در اعداد رینولدز بالا و تغییرات بسیار زیاد ضریب اصطکاک در اعداد رینولدز کم، پراکندگی داده‌ها نسبت به حالت نرمال بیشتر است و یا در واقع نمودار توزیع احتمال نسبت به حالت نرمال پهن‌تر است. از طرفی دیگر مقدار آماره‌های کولموگروف-اسمیرنوف، اندرسون-دارلینگ و مربع کای تابع توزیع احتمال جانسون اس‌بی به ترتیب برابر ۰/۰۰۸۲۳، ۰/۰۳۰٦۱ و ۰/۱۵٤۲۵ است. بر این اساس بهترین آماره داده‌های ضریب اصطکاک رابطهٔ (٦)، آمارهٔ کولموگروف-اسمیرنوف است.

روابط ارائه شده ضریب اصطکاک در جریان نانوسیّال و تحلیل آماری آنها

نانوسیّالات مبردهای جدید انتقال حرارت هستند که در دو دههٔ اخیر مطالعات زیادی در مورد کاربرد آنها در مبدل‌های حرارتی صورت گرفته است. وجود ذرات فلزی و یا نافلزی در سیّال عامل باعث شده است که بررسی ضریب اصطکاک از اهمیّت زیادی برخوردار باشد. در این راستا در اغلب مطالعات، روابطی جهت پارامتر ضریب اصطکاک نیز ارائه شده است. با توجّه به

گستردگی و تنوع روابط ارائه شده برای ضریب اصطکاک نانوسیّال، این روابط به‌صورت سه دستهٔ مجزّای یک‌متغیره، دومتغیره و سه‌متغیره و بیشتر بررسی می‌گردند.

تحلیل آماری روابط یک‌متغیره ضریب اصطکاک در جریان نانوسیّال

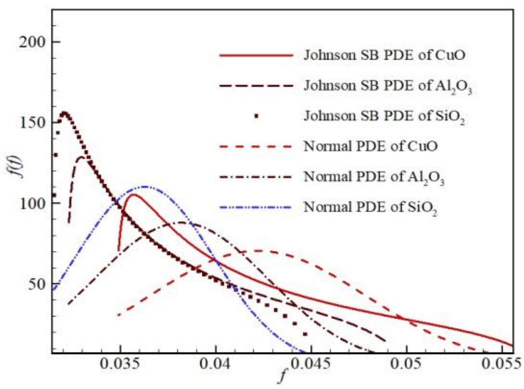
روابط یک‌متغیره ضریب اصطکاک در واقع روابطی فقط بر حسب عدد رینولدز می‌باشند. این روابط با ثابت بودن دیگر متغیرها همانند کسر حجمی ذرات نانو استخراج و توسعه داده شده‌اند. مطالعهٔ تجربی انتقال حرارت جریان کاملاً مغشوش نانوسیّال در ناحیهٔ توسعه‌یافته یک لولهٔ دایره‌ای شکل توسط وجها و همکاران [16] صورت گرفت. آنها از سه نانوذره CuO، Al_2O_3 و SiO_2 با کسر حجمی‌های مختلف و سیّالات پایه اتیلن گلیکول- آب با نسبت جرمی ٦٠ به ٤٠ استفاده نمودند. آنها مشاهده نمودند که با افزایش عدد رینولدز ضریب اصطکاک کاهش می‌یابد. در جدول (٤) روابط توسعه داده شدهٔ ضریب اصطکاک سه نانوسیّال مرجع [16] آورده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود روابط (١٠-٨) فقط بر اساس یک متغیر یعنی عدد رینولدز توسعه داده شده است و با افزایش عدد رینولدز ضریب اصطکاک کاهش می‌یابد.

در شکل (٣- الف) تغییرات ضریب اصطکاک بر حسب تغییر عدد رینولدز برای این سه نانوسیّال ترسیم گردیده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود تغییرات ضریب اصطکاک در اعداد رینولدز بالا نسبت به اعداد رینولدز پایین، کمتر است. با بررسی نتایج آماری سه نانوسیّال بر اساس آماره های کولموگروف-اسمیرنوف، اندرسون-دارلینگ و مربع کای جداول (٧-٥) ترسیم شده است. جداول (٧-٥) بیانگر بهترین توابع توزیع احتمال و مقادیر آنها برای ضریب اصطکاک سه نانوسیّال اکسید مس/آب، اکسید آلومینیوم/آب و دی‌اکسید سیلیسیم/آب به ترتیب برای آماره‌های کولموگروف-اسمیرنوف، اندرسون-دارلینگ و مربع کای می باشند. همان طور که مشاهده می شود برای تمامی آماره ها، جهت هر سه نانوسیّال بهترین تابع توزیع احتمال، تابع توزیع احتمال جانسون اس بی است. در واقع هرچه مقدار آمارهٔ یک تابع توزیع احتمال کمتر باشد، آن تابع توزیع مناسب تر است. همچنین دو تابع توزیع احتمال ویک بای و پارتو تعمیم‌یافته در رده‌های بعدی قرار دارند. در شکل (٣- ب) نمودار تابع توزیع احتمال جانسون اس‌بی ضریب اصطکاک سه نانوسیّال ترسیم گردیده است. در این شکل نیز مشاهده می‌شود که تجمع داده‌ها در سمت چپ نمودارها بیشتر است و در حقیقت در اعداد رینولدز بالا تغییرات ضریب اصطکاک کمتر است.

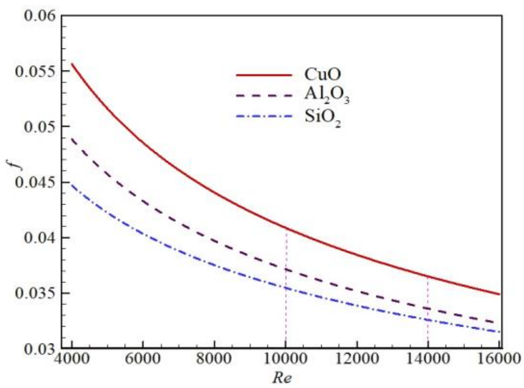
جدول «٤»: روابط یک‌متغیره ارائه شده ضریب اصطکاک برای نانوسیّال در جریان مغشوش

	رابطهٔ ارائه شده	نانوذره	نویسندگان
(٨)	$f=0.9027Re^{-0.336}\quad,\quad \begin{cases}4000\le Re\le 16000\\ 0\le\phi\le 0.06\end{cases}$	CuO	وجها و همکاران [16]
(٩)	$f=0.5814Re^{-0.2986}\quad,\quad \begin{cases}4000\le Re\le 16000\\ 0\le\phi\le 0.1\end{cases}$	Al_2O_3	
(١٠)	$f=0.3607Re^{-0.2518}\quad,\quad \begin{cases}4000\le Re\le 16000\\ 0\le\phi\le 0.06\end{cases}$	SiO_2	

موضوع بعدی که باید بررسی گردد مناسب‌ترین آماره برای داده‌های ضریب اصطکاک است. بر اساس جداول (۷-۵) مشاهده می‌شود که برای هر سه نانوسیّال، مقدار آمارهٔ مربع کای تابع توزیع جانسون اس‌بی کمترین مقدار است؛ بنابراین آمارهٔ مربع کای مناسب‌ترین آماره است. از طرفی دیگر با تحلیل آمار توصیفی داده ها مشاهده می شود که مقدار چولگی برای داده‌های ضریب اصطکاک نانوسیّالات اکسید مس/آب، اکسید آلومینیوم/آب و دی‌اکسید سیلیسیم/آب به ترتیب برابر ۰/۶۶۵۹۳، ۰/۶۴۵۷۴ و ۰/۶۲۰۵۷ است. همان‌طور که ملاحظه می شود مقدار چولگی داده های ضریب اصطکاک نانوسیّال دی‌اکسید سیلیسیم/آب از بقیه کمتر است. از طرفی دیگر بر اساس شکل (۳- الف) مشاهده می شود که با تغییر عدد رینولدز از 10^4 تا 14×10^3 تغییر ضریب اصطکاک برای سه نانوسیّال به ترتیب برابر ۰/۰۰۴۳۷، ۰/۰۰۳۵۵۲ و ۰/۰۰۲۸۸۲ است. بر این اساس نتیجه گرفته می شود که هر چه چولگی داده های ضریب اصطکاک کمتر باشد تغییرات ضریب اصطکاک داده‌ها کمتر خواهد بود. موضوع بعدی مورد بررسی برجستگی داده‌های ضریب اصطکاک است که برای سه نانوسیّال به ترتیب برابر (۰/۶۰۵۸۱-)، (۰/۶۳۸۵۳-) و (۰/۶۷۸۰۴-) است که در واقع تابع توزیع احتمال جانسون اس‌بی نسبت به تابع توزیع احتمال نرمال پهن‌تر است. این موضوع در شکل (۳- ب) نیز نمایان است.



ب



الف

شکل «۳ الف»: تغییرات ضریب اصطکاک بر حسب عدد رینولدز [16]،

شکل «۳ ب»: تابع توزیع احتمال جانسون اس‌بی و نرمال ضریب اصطکاک برای روابط ارائه شده توسط وجها و همکاران [16]

جدول ۵ توابع توزیع احتمال روابط ضریب اصطکاک مرجع [16] بر اساس آمارهٔ کولموگروف-اسمیرنوف

نانوسیّال	نوع و مقدار تابع توزیع احتمال				
اکسید مس/آب	جانسون اس‌بی	ویک بای	پارتو تعمیم‌یافته	گامای تعمیم‌یافته	بتا
	۰/۰۰۹۹	۰/۰۲۹۱۸	۰/۰۲۹۱۸	۰/۰۳۱۸۲	۰/۰۳۸۳۵
اکسید آلومینیوم/آب	جانسون اس‌بی	ویک بای	پارتو تعمیم‌یافته	بتا	مثلثی
	۰/۰۰۹۹۶	۰/۰۲۸۳	۰/۰۲۸۳	۰/۰۳۵۹۵	۰/۰۴۱۹۲
دی‌اکسید سیلیسیم/آب	جانسون اس‌بی	ویک بای	پارتو تعمیم‌یافته	مثلثی	کوماراسوآمی
	۰/۰۱۰۲٤	۰/۰۲۷۲۲	۰/۰۲۷۲۲	۰/۰۳٤۲۹	۰/۰۳۸۹٤

جدول «٦»: توابع توزیع احتمال روابط ضریب اصطکاک مرجع [16] بر اساس آمارهٔ اندرسون-دارلینگ

نانوسیّال	نوع و مقدار تابع توزیع احتمال				
اکسید مس/آب	جانسون اس‌بی	ویک بای	پارتو تعمیم‌یافته	بتا	کوماراسوآمی
	٠/٠٢٤٠١	٠/١٩٨٨٥	٠/١٩٨٨٥	٠/٣٥٤٢٧	٠/٤٦٠٨٤
اکسید آلومینیوم/آب	جانسون اس‌بی	ویک بای	پارتو تعمیم‌یافته	پرت	مثلثی
	٠/٠٢٤٢٨	٠/١٩٠٠٩	٠/١٩٠٠٩	٠/٤٨٦٣	٠/٥٤٠٩٩
دی‌اکسید سیلیسیم/آب	جانسون اس‌بی	ویک بای	پارتو تعمیم‌یافته	مثلثی	پرت
	٠/٠٢٤٦٤	٠/١٧٩٦٢	٠/١٧٩٦٢	٠/٤٤١٥١	٠/٥١٩٠٢

جدول «٧»: توابع توزیع احتمال روابط ضریب اصطکاک مرجع [16] بر اساس آمارهٔ مربع کای

نانوسیّال	نوع و مقدار تابع توزیع احتمال				
اکسید مس/آب	جانسون اس‌بی	ویک بای	پارتو تعمیم‌یافته	بتا	پرت
	٠/٠٠٢٨٣	٠/٤٧٢٨١	٠/٤٧٢٨١	١/١٢٩٣	١/٧٨٣١
اکسید آلومینیوم/آب	جانسون اس‌بی	ویک بای	پارتو تعمیم‌یافته	گامای تعمیم‌یافته	پرت
	٠/٠٠٣٣٩	٠/٦٤٢٠٣	٠/٦٤٢٠٣	٠/٧١٦٥٩	١/٧٥٠٢
دی‌اکسید سیلیسیم/آب	جانسون اس‌بی	ویک بای	پارتو تعمیم‌یافته	پرت	مثلثی
	٠/٠٠٤١٥	٠/٦٣٣٢٧	٠/٦٣٣٢٧	١/٧٠٧٣	١/٨٦٧٤

تحلیل آماری روابط دومتغیره ضریب اصطکاک در جریان نانوسیّال

در این بخش روابط دومتغیره ضریب اصطکاک سیّال نانو تحلیل می‌شود. این روابط در متون علمی بر حسب دو متغیر عدد رینولدز و کسر حجمی ذرات نانو توسعه داده شده است. در جدول (٨) روابط ضریب اصطکاک دومتغیره ارائه شده است. دانگ سانگ سوک و ونگ وایزز [4] با به‌کارگیری یک مبدل حرارتی دولوله‌ای جریان متقاطع به بررسی تجربی انتقال حرارت و افت فشار جریان مغشوش نانوسیّال TiO_2/آب پرداختند. آنها برای ضریب اصطکاک رابطه‌ای بر حسب کسر حجمی ذرات نانو و عدد رینولدز توسعه دادند. حجازیان و همکاران [17] انتقال حرارت مغشوش نانوسیّال دی اکسید تیتانیوم-آب را در یک کانال دوبعدی به صورت عددی مطالعهٔ کردند. آنها جهت شبیه سازی جریان سیّال از سه مدل دوفازی VOF، مخلوط و اولرین و جهت مدل سازی جریان مغشوش از مدل دو معادله‌ای Realizable k–ε و به‌منظور ارتباط بین سرعت و فشار از الگوریتم سیمپل سی استفاده نمودند. آنان در مطالعهٔ دیگری [18] با استفاده از نانوسیّال Al_2O_3/آب به بررسی انتقال حرارت جابجایی اجباری جریان مغشوش در یک لوله‌ی دایره‌ای شکل پرداختند و برای ضریب اصطکاک رابطه ای ارائه کردند. مروجی و حجازیان [19] انتقال حرارت مغشوش نانوسیّال اکسید آهن مغناطیسی-آب را در یک لولهٔ دایره‌ای شکل به‌صورت عددی مطالعهٔ کردند. به منظور خنک‌کاری وسایل الکترونیکی، مروجی و همکاران [20] به‌طور عددی اثر نانوسیّالات دی‌اکسید تیتانیم/آب و کاربید سیلیسیم/آب را در یک چاه حرارتی میکروکانال مطالعه کردند و رابطه‌ای برای ضریب اصطکاک توسعه دادند. نانوسیّال هیبریدی $SiO_2–TiO_2$ در مخلوط اتیلن گلیکول-آب با نسبت ٤٠

به ٦۰ جهت بررسی تجربی انتقال حرارت جریان مغشوش و ضریب اصطکاک در یک لولهٔ دایره‌ای شکل توسط نبیل و همکاران [21] بکار گرفته شد. این پژوهش منجر به توسعه رابطه‌ای برای ضریب اصطکاک گردید. نایک و همکاران [22] با استفاده از نانوسیّال اکسید مس-آب/پروپیلن گلیکول، به بررسی آزمایشگاهی انتقال حرارت مغشوش نانوسیّال در یک لوله دارای نوارهای پیچشی پرداختند. این نویسندگان روابط متعددی برای ضریب اصطکاک توسعه دادند. استفاده از نانوسیّال هیبریدی گرافن/نقره-آب جهت بررسی آزمایشگاهی انتقال حرارت جریان مغشوش در ناحیهٔ کاملاً توسعه یافته در یک لولهٔ دایره‌ای شکل تحت شار حرارتی یکنواخت بر روی دیواره به وسیله یارمند و همکاران [23] صورت گرفت.

توسعه رابطه ای دومتغیره برای ضریب اصطکاک در یک مبدل حرارتی دو لوله‌ای انحنادار با استفاده از نانوسیّال Fe_3O_4/آب به‌وسیله کومار و همکاران [24] انجام شد. ساندر و همکاران [25] به طور آزمایشگاهی انتقال حرارت و ضریب اصطکاک نانوسیّال نیکل مغناطیسی در سیّال پایه آب را در یک لولهٔ دایره‌ای شکل مطالعهٔ کردند و رابطه ای دومتغیره برای ضریب اصطکاک ارائه کردند. مطالعهٔ تجربی جریان مغشوش نانوسیّال هیبریدی نانو الماس/نیکل-آب با کسر حجمی‌های مختلف در یک لوله توسط ساندر و همکاران [26] منجر به استخراج رابطه‌ای دومتغیره برای ضریب اصطکاک گردید.

جدول «۸»: روابط ارائه شده دومتغیره ضریب اصطکاک برای نانوسیّالات مختلف در جریان مغشوش

	رابطهٔ ارائه شده	نویسندگان
(۱۱)	$f=0.961\phi^{0.052}Re^{-0.375} \quad , \quad \begin{cases}4000\le Re\le 14000\\ 0.2\le\phi\le 2\%\end{cases}$	دانگ سانگ سوک و وانگ وایزز [4]
(۱۲)	$f=0.31017Re^{-0.256}\left(1+\phi\right)^{0.00129} \quad , \quad \begin{cases}6738\le Re\le 14596\\ 0\le\phi\le 0.02\end{cases}$	حجازیان و همکاران [17]
(۱۳)	$f=0.14332Re^{-0.1615}\left(1+\phi\right)^{0.1709} \quad , \quad 3000\le Re\le 13200$	حجازیان و همکاران [18]
(۱٤)	$f=0.33139Re^{-0.25}\left(1+\phi\right)^{1.38} \quad , \quad \begin{cases}3000\le Re\le 22000\\ 0\le\phi\le 0.6\end{cases}$	مروجی و حجازیان [19]
(۱۵)	$f=\left(1.882404\log \mathrm{Re}-1.64\right)^{-2}\left(1+\phi\right)^{0.0010775}$ $\left(2500\le Re\le 8200\right)$	مروجی و همکاران [20]
(۱٦)	$f=0.3164Re^{-0.25}\left(1+\frac{\phi}{100}\right)^{2.8} \quad , \quad \begin{cases}3000\le Re\le 25000\\ 0\le\phi\le 3\%\end{cases}$	نبیل و همکاران [21]
(۱۷)	$f=0.2753Re^{-0.2279}\left(1+\phi\right)^{0.2129} \quad , \quad \begin{cases}2500\le Re\le 10000\\ 0\le\phi\le 0.5\%\end{cases}$	نایک و همکاران [22]
(۱۸)	$f=0.567322Re^{-0.285869}\phi^{0.0271605} \quad , \quad \begin{cases}5000\le Re\le 17500\\ 0<\phi<0.1\%\end{cases}$	یارمند و همکاران [23]
(۱۹)	$f=0.3216Re^{-0.25}\left(1+\phi\right)^{1.319} \quad , \quad \begin{cases}16000\le Re\le 30000\\ 0<\phi<0.06\%\end{cases}$	کومار و همکاران [24]
(۲۰)	$f=0.295Re^{-0.241}\left(1+\phi\right)^{0.3097} \quad , \quad \begin{cases}3000\le Re\le 22000\\ 0<\phi<0.3\%\end{cases}$	ساندر و همکاران [25]
(۲۱)	$f=0.35662Re^{-0.25}\left(1+\phi\right)^{0.2375} \quad , \quad \begin{cases}3000\le Re\le 22000\\ 0<\phi<0.6\%\end{cases}$	ساندر و همکاران [26]

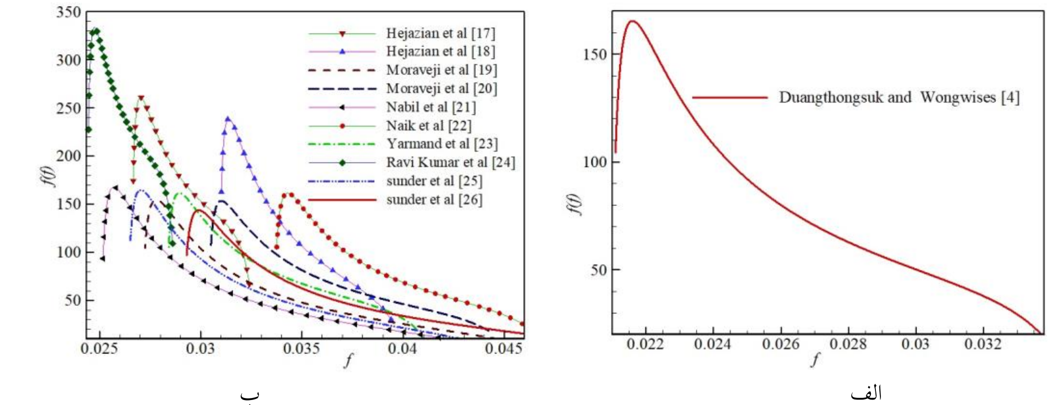
بر اساس روابط جدول (۸) مشاهده می شود که مقدار کسر حجمی در یک بازه بوده و یا در کار آزمایشگاهی و مطالعهٔ عددی گهگاه از کسر حجمی‌های مختلفی استفاده شده است. با توجّه به اینکه در مطالعهٔ حاضر، تحلیل آماری بر اساس تغییر عدد رینولدز و ثابت نگه داشتن سایر پارامترها انجام شده است، لذا برای تحلیل هر رابطه از یک کسر حجمی استفاده گردیده است که برای مراجع [14,17-26] به ترتیب از کسر حجمی‌های ۱، ۱/۵، ۱، ۰/۱، ۲/٤، ۱، ۰/۱، ۰/۰٦، ۰/۰۳، ۰/۲ و ۰/۳ درصد استفاده شده است. همچنین مقادیر عدد رینولدز جهت تحلیل آماری بر اساس بازه تعریف شده هر رابطه در نظر گرفته شده است.

تحلیل آماری داده های روابط دومتغیره ضریب اصطکاک جریان نانوسیّال نتایجی مشابه با بخش قبل یعنی تحلیل آماری روابط یک‌متغیره را نشان می‌دهد. با توجّه به تشابه نتایج از آوردن جدول توابع توزیع احتمال آماره‌ها صرف‌نظر شده است. پس از بررسی نتایج مشاهده می‌شود که بهترین تابع توزیع احتمال داده های ضریب اصطکاک روابط دومتغیره نیز همانند روابط یک‌متغیره، تابع توزیع احتمال جانسون اس‌بی است، اما مناسب‌ترین آماره در این حالت، آمارهٔ کولموگروف-اسمیرنوف نتیجه گردید. در شکل (٤) تابع توزیع احتمال جانسون اس‌بی روابط دومتغیره مطابق با جدول (۸) ترسیم شده است. در شکل (٤) نیز همانند تابع توزیع احتمال جانسون اس‌بی شکل‌های قبل، مشاهده می‌شود که تراکم داده‌های ضریب اصطکاک هر نمودار در سمت چپ آن یعنی نزدیک مقادیر کوچک‌تر واقع شده است و در حقیقت تابع توزیع احتمال جانسون اس‌بی چولگی راست دارد.

تحلیل آماری روابط سه‌متغیره و بیشتر ضریب اصطکاک در جریان نانوسیّال

روابط سه‌متغیره و بالاتر ضریب اصطکاک نانوسیّال در این بخش تحلیل می شود. این روابط بر حسب متغیرهای عدد رینولدز، کسر حجمی ذرات نانو، نسبت قطر نانوذرات به قطر ذرات سیّال پایه، کسرحجمی هر یک از ذرات در نانوسیّالات هیبریدی، نسبت منظری یا نسبت عرض به ارتفاع کانال، نسبت قطر هیدرولیکی به قطر داخلی کانال در کانال های حاوی نوار و نسبت چرخش نوار توسعه داده شده است. در جدول (۹) روابط ضریب اصطکاک چند متغیره ارائه شده توسط محققین آورده شده است.

دورگا پراساد و همکاران [27] انتقال حرارت جابجایی اجباری جریان مغشوش نانوسیّال اکسید آلومینیوم-آب را در یک مبدل حرارتی دو لوله‌ای انحنادار به‌طور آزمایشگاهی مطالعهٔ کردند. آنها از نوارهای مارپیچی با نسبت p/d مختلف و کسر حجمی‌های متفاوت استفاده کردند.



الف ب

شکل «٤»: تابع توزیع احتمال جانسون اس‌بی ضریب اصطکاک الف- مرجع [4] ب- مراجع [17-26]

جدول «۹»: روابط ارائه شده سه‌متغیره و بیشتر ضریب اصطکاک برای نانوسیّالات مختلف در جریان مغشوش

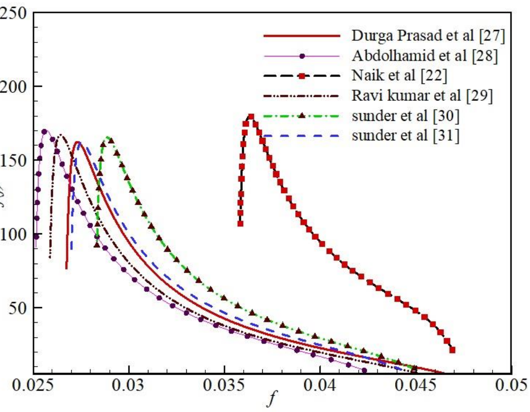
	رابطهٔ ارائه شده	نویسندگان
(۲۲)	$f=0.284Re^{-0.24}(1+\phi)^{2.46}\left(1+\frac{p}{d}\right)^{0.04}\quad,\quad\begin{cases}3000\le Re\le 30000\\0<\phi<0.03\%\\0<p/d<20\end{cases}$	دورگا پراساد و همکاران [27]
(۲۳)	$f=0.3164Re^{-0.25}\left(1+\frac{\phi}{100}\right)^{3.1}(1+\mathrm{R})^{-0.032}\quad,\quad\begin{cases}3000\le Re\le 24000\\0\le\phi\le 0.01\\0\le R\le 0.8\end{cases}$	عبدالحمید و همکاران [28]
(۲٤)	$f=0.2086Re^{-0.1946}(1+\phi)^{0.2507}\left(1+\frac{\mathrm{H}}{\mathrm{D}}\right)^{0.01251}\quad,\quad\begin{cases}2500\le Re\le 10000\\0<\phi<0.5\%\\5<H/D<15\end{cases}$	نایک و همکاران [22]
(۲۵)	$f=0.2902Re^{-0.2409}(1+AR)^{0.0039}(1+\phi)^{1.95}\left(\frac{\mathrm{D}_h}{\mathrm{D}_i}\right)^{-0.081}$ $3000<Re<30000,\quad 0<\phi<0.03\%,\quad 0<AR<12$	راوی کومار و همکاران [29]
(۲٦)	$f=0.351Re^{-0.2427}(1+\phi)^{0.4039}(1+AR)^{-0.0045}\left(1+\frac{\mathrm{D}_h}{\mathrm{D}_i}\right)^{-0.22}$ $3000\le Re\le 22000,\quad 0<\phi<0.3\%,\quad 0<AR<12$	ساندر و همکاران [30]
(۲۷)	$f=0.2689Re^{-0.2312}(1+\phi)^{0.3556}(1+AR)^{-0.0024}\left(\frac{\mathrm{D}_h}{\mathrm{D}_i}\right)^{-0.083}$ $3000\le Re\le 22000,\quad 0<\phi<0.3\%,\quad 0<AR<4$	ساندر و همکاران [31]
(۲۸)	$f=0.73\phi^{0.15}Re^{-0.32}\left(\frac{d_p}{d_f}\right)^{0.02}\quad,\quad\begin{cases}9000\le Re\le 49000\\0.01\le\phi\le 0.02\\d_p=10,20,30,50(nm)\end{cases}$	عباسیان آرانی و امانی [32]
(۲۹)	$f=1.184Re^{-0.3840}(0.001+AR)^{-0.001}(0.001+\phi)^{0.004593}\left(\frac{\mathrm{D}_h}{\mathrm{D}_i}\right)^{-1.6420}$ $3000\le Re\le 22000,\quad 0<\phi<0.5\%,\quad 0<AR<18$	ساندر و شرما [33]

در تحلیل آماری ضریب اصطکاک مرجع [27] از کسر حجمی ۰/۰۲ درصد و نسبت p/d برابر ۱۵ استفاده شده است. مطالعهٔ آزمایشگاهی انتقال حرارت جابجایی اجباری جریان مغشوش نانوسیّال ترکیبی TiO_2-SiO_2 در سیّال پایه آب- اتیلن گلیکول در یک مبدل حرارتی دو لوله ای توسط عبدالحمید و همکاران [28] انجام شد. نتایج آنها بهترین عملکرد نانوسیّال مخلوط را در نسبت ٤۰ (TiO_2) به ٦۰ (SiO_2) نشان داد. به همین دلیل در مطالعهٔ حاضر از این نسبت جهت بحث آماری استفاده می شود. محققین مرجع [22] رابطهٔ دیگری برای ضریب اصطکاک بر اساس سه متغیر عدد رینولدز، کسر حجمی ذرات نانو و نسبت پیچش نوار توسعه دادند. به منظور گزینش بهترین تابع توزیع ضریب اصطکاک نسبت H/D در مرجع [22] برابر ۱۰ در نظر گرفته شده است. راوی کومار و همکاران [29] با استفاده از نانوسیّال Fe_3O_4/آب انتقال حرارت و ضریب اصطکاک را در یک مبدل حرارتی دو لوله‌ای U شکل به همراه نوارهای طولی در لوله داخلی به‌صورت آزمایشگاهی مطالعهٔ نمودند. آنها از کسر حجمی های ۰/۰۰۵، ۰/۰۱، ۰/۰۳ و ۰/۰٦ و نسبت پیچش‌های نوار ۱، ۲ و ٤ استفاده نمودند که در تحلیل آماری، کسر حجمی برابر ۰/۰۱ و AR=۲ انتخاب گردیده است. ساندر و همکاران [30] با استفاده از نانولوله های کربنی چند دیواره نانوکامپوزیت اکسید

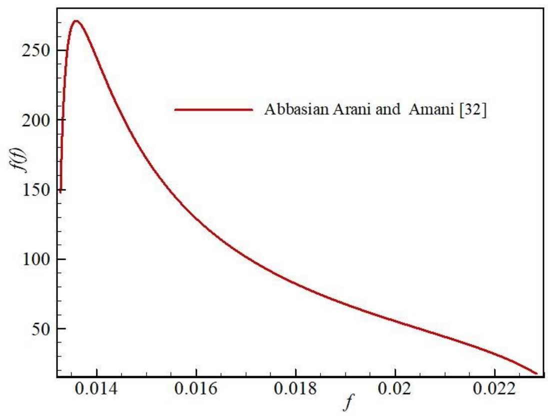
آهن و سیّال پایه آب، انتقال حرارت و ضریب اصطکاک را در یک لوله به همراه نوارهای طولی به‌طور تجربی مطالعهٔ نمودند. ساندر و همکاران [31] با استفاده از نانوسیّال هیبریدی نانوالماس-نیکل و سیّال پایه آب، انتقال حرارت و ضریب اصطکاک را در یک لوله به همراه نوارهای طولی به‌طور تجربی مطالعهٔ نمودند. عبّاسیان آرانی و امانی [32] با مطالعهٔ تجربی انتقال حرارت کاملاً توسعه یافته جریان مغشوش نانوسیّال دی‌اکسید تیتانیوم-آب در یک مبدل حرارتی دو لوله‌ای جریان متقاطع، رابطه‌ای برای ضریب اصطکاک بر حسب عدد رینولدز، کسر حجمی نانوذرات و نسبت قطر نانوذرات به قطر ذرات سیّال پایه ارائه نمودند. آنها کسر حجمی ذرات نانو را در بازه ۰/۰۱ تا ۰/۰۲ و عدد رینولدز را در بازه ۹۰۰۰ تا ٤۹۰۰۰ انتخاب کردند. جهت تحلیل آماری رابطهٔ ضریب اصطکاک مرجع [32]، عدد رینولدز در همان بازهٔ مذکور و کسر حجمی برابر ۰/۰۱۵ انتخاب شده است. ساندر و شرما [33] با قرار دادن نوارهای طولی با نسبت منظری‌های مختلف در داخل یک لولهٔ دایره‌ای شکل به مطالعهٔ تجربی جریان مغشوش سیّال نانوی اکسید آلومینیوم-آب با کسر حجمی‌های مختلف پرداختند. در تحلیل آماری روابط توسعه داده شده ضریب اصطکاک مراجع [30,31,33] مقدار (D_h/D_i) برابر با ۰/٤٦٥۲، مقدار (AR) برابر ۲ و کسر حجمی ذرات نانو برابر ۰/۱ درصد فرض شده است.

به منظور تحلیل آماری و گزینش بهترین تابع توزیع ضریب اصطکاک بر اساس سه آماره کولموگروف-اسمیرنوف، اندرسون-دارلینگ و مربع کای با ثابت نگه داشتن متغیرهای دیگر، متغیر عدد رینولدز تغییر داده می‌شود. همانند نتایج بخش‌های قبل، در اینجا نیز پس از تحلیل نتایج مشاهده می‌شود که بهترین تابع توزیع احتمال ضریب اصطکاک بر اساس هر ۳ آماره، تابع توزیع احتمال جانسون اس‌بی است و مناسب‌ترین آماره نیز آمارهٔ کولموگروف-اسمیرنوف نتیجه گردید. در شکل (٥) تابع توزیع احتمال جانسون اس‌بی روابط ضریب اصطکاک چند متغیره توسعه داده شده محققین ترسیم شده است. از طرفی دیگر، همانند نتایج بخش‌های قبلی، همان‌طور که در شکل (٥) نیز مشاهده می‌شود تابع توزیع احتمال جانسون اس‌بی چولگی راست دارد.

شکل (٦) مقایسهٔ تابع توزیع احتمال جانسون اس‌بی روابط مراجع [32, 33] را با تابع توزیع نرمال نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل نیز مشخص است تابع توزیع جانسون اس‌بی نسبت به تابع توزیع نرمال پهن‌تر است.

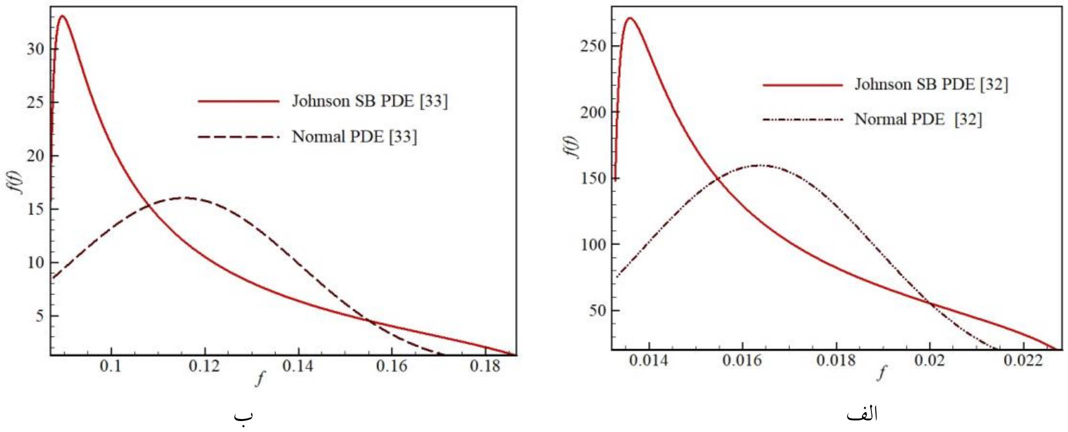


الف



ب

شکل «٥»: تابع توزیع احتمال جانسون اس‌بی ضریب اصطکاک الف- مراجع [22, 27-31] ب- مرجع [32]



شکل «٦»: تابع توزیع احتمال جانسون اس‌بی و نرمال ضریب اصطکاک برای روابط ارائه شده الف- مرجع [32] ب- مرجع [33]

نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر روابط ضریب اصطکاک ارائه شده توسط محققین در سیّال پایه و نانوسیّالات مختلف تجزیه‌وتحلیل آماری شده است. روابط در نظر گرفته شده بر اساس جریان مغشوش سیّال انتخاب گردیده‌اند. در تحلیل آماری از ٤٨ تابع توزیع احتمال استفاده شده است. برای مشخص نمودن بهترین تابع توزیع احتمال جهت داده‌های ضریب اصطکاک از آماره‌های کولموگرف-اسمیرنوف، اندرسون-دارلینگ و مربع کای استفاده شده است. پس از بررسی و تحلیل نتایج مشخص گردید که بهترین تابع توزیع احتمال داده‌های مستخرج از روابط ارائه شده ضریب اصطکاک، هم در سیّال پایه و هم در نانوسیّال، بر اساس هر سه آماره، تابع توزیع احتمال جانسون اس‌بی است. همچنین مناسب‌ترین آماره برای سیّال پایه، آماره کولموگروف- اسمیرنوف، برای نانوسیّال یک‌متغیره، آماره مربع کای و برای نانوسیّال چند متغیره، آماره کولموگروف-اسمیرنوف نتیجه گردید. از طرفی دیگر، در بررسی آماری مشخص گردید تابع توزیع احتمال جانسون اس‌بی نسبت به تابع توزیع نرمال پهن‌تر یا در واقع کشیدگی داده‌های ضریب اصطکاک منفی است و همچنین نتیجه گردید که تابع توزیع احتمال جانسون اس‌بی چولگی راست دارد. از سوی دیگر نشان داده شد که هر چه چولگی داده‌های ضریب اصطکاک کمتر باشد، تغییرات ضریب اصطکاک داده‌ها کمتر خواهد بود.

فهرست علائم

D, d	قطر لوله
f	ضریب اصطکاک، تابع توزیع احتمال
H	عرض نوار پیچشی
p	گام شیار
Re	عدد رینولدز

علائم یونانی

γ	ضریب شکل
δ	ضریب شکل
λ	پارامتر مقیاس
μ	پارامتر مقیاس
ξ	ضریب مکان
σ	ضریب مکان
ϕ	کسر حجمی نانوذرات
χ	ارتفاع شیار

واژه‌نامه

ضریب اصطکاک	Friction factor
چولگی	Skewness
کشیدگی	Kurtosis
آماری	Statistical

مراجع

1. Syam Sundar, L. and Singh, M.K., "Convective Heat Transfer and Friction Factor Correlations of Nanofluid in a Tube and with Inserts: A Review", *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Vol. 20, pp. 23-35, (2013).
2. Khoshvaght-Aliabadi, M. and Sahamiyan, M., "Performance of Nanofluid Flow in Corrugated Minichannels Heat Sink (Cmchs)", *Energy Conversion and Management*, Vol. 108, pp. 297-308, (2016).
3. Ghazvini, M. and Shokouhmand, H., "Investigation of a Nanofluid-Cooled Microchannel Heat Sink Using Fin and Porous Media Approaches", *Energy Conversion and Management*, Vol. 50, No. 9, pp. 2373-80, (2009).
4. Duangthongsuk, W. and Wongwises, S., "An Experimental Study on the Heat Transfer Performance and Pressure Drop of TiO_2-Water Nanofluids Flowing under a Turbulent Flow Regime" *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, No. 1-3, pp. 334-44, (2010).
5. Sajid, M. U. and Hafiz M. A., "Recent Advances in Application of Nanofluids in Heat Transfer Devices: A Critical Review", *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Vol. 103, pp. 556-92, (2019).
6. Hamzah, M. H., Sidik, N. A. C., Ken, T. L., Mamat, R. and Najafi, G., "Factors Affecting the Performance of Hybrid Nanofluids: A Comprehensive Review", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 115, pp. 630-46, (2017).
7. Ambreen, T. and Kim, M. H., "Heat Transfer and Pressure Drop Correlations of Nanofluids: A State of Art Review", *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Vol. 91, pp. 564-83, (2018).
8. Sharma, K. V., Syam Sundar, L. and Sarma, P. K., "Estimation of Heat Transfer Coefficient and Friction Factor in the Transition Flow with Low Volume Concentration of Al_2O_3 Nanofluid Flowing in a Circular Tube and with Twisted Tape Insert", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 36, No. 5, pp. 503-07, (2009).
9. Akhavan-Behabadi, M. A., Shahidi, M. and Aligoodarz, M. R., "An Experimental Study on Heat Transfer and Pressure Drop of Mwcnt–Water Nano-Fluid inside Horizontal Coiled Wire Inserted Tube", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 63, pp. 62-72, (2015).
10. Vahidinia, F., Keshtegar, B. and Miri, M., "Statistical Analysis of the Effect of Nanoparticles Volume Fraction on Turbulent Forced Convective Heat Transfer Coefficient of Nanofluid in a Circular Tube", *Ciência e Natura*, Vol. 37, pp. 141-52, (2015).

۱۱. وحیدی نیا، فرهاد، میری، محدثه و کشته گر، بهروز، "مطالعهٔ تولید آنتروپی و ارزیابی خواص آماری انتقال حرارت در جریان مغشوش"، *مجله علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک*، سال ۲۹، شماره ۱، ص ۶۸-۶۳، (۱۳۹۶).

12. Blasius, H., *Grenzschichten in Flüssigkeiten Mit Kleiner Reibung*, Druck von BG Teubner, (1907).
13. Petukhov, B. S., "Heat Transfer and Friction in Turbulent Pipe Flow with Variable Physical Properties", *In Advances in Heat Transfer*, Vol. 6, pp. 503-64, (1970).

14. Naphon, P., Nuchjapo, M. and Kurujareon, J., "Tube Side Heat Transfer Coefficient and Friction Factor Characteristics of Horizontal Tubes with Helical Rib", *Energy Conversion and Management*, Vol. 47, No. 18-19, pp. 3031-44, (2006).
15. Li, M., Khan, T. S., Al-Hajri, E. and Ayub, Z. H., "Single Phase Heat Transfer and Pressure Drop Analysis of a Dimpled Enhanced Tube", *Applied Thermal Engineering*, Vol. 101, pp. 38-46, (2016).
16. Vajjha, R. S., Das, D. K. and Kulkarni, D. P., "Development of New Correlations for Convective Heat Transfer and Friction Factor in Turbulent Regime for Nanofluids", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, No. 21-22, pp. 4607-18, (2010).
17. Hejazian, M., Keshavarz Moraveji, M. and Beheshti, A., "Comparative Numerical Investigation on TiO_2/Water Nanofluid Turbulent Flow by Implementation of Single Phase and Two Phase Approaches", *Numerical Heat Transfer*, *Part A: Applications*, Vol. 66, No. 3, pp. 330-48, (2014).
18. Hejazian, M., Keshavarz Moraveji M. and Beheshti A., "Comparative Study of Euler and Mixture Models for Turbulent Flow of Al_2O_3 Nanofluid inside a Horizontal Tube", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 52, pp. 152-58, (2014).
19. Keshavarz Moraveji, M. and Hejazian M., "Modeling of Turbulent Forced Convective Heat Transfer and Friction Factor in a Tube for Fe_3O_4 Magnetic Nanofluid with Computational Fluid Dynamics", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 39, No. 8, pp. 1293-96, (2012).
20. Keshavarz Moraveji, M., Ardehali, R. M. and Ijam A., "CFD Investigation of Nanofluid Effects (Cooling Performance and Pressure Drop) in Mini-Channel Heat Sink", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 40, pp. 58-66, (2013).
21. Nabil, M. F., Azmi W. H., Hamid, K. A. and Mamat R., "Experimental Investigation of Heat Transfer and Friction Factor of TiO_2-SiO_2 Nanofluids in Water: Ethylene Glycol Mixture", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, pp. 124, pp. 1361-69, (2018).
22. Naik, M. T., Janardana, G. R. and Syam Sundar, L., "Experimental Investigation of Heat Transfer and Friction Factor with Water–Propylene Glycol Based Cuo Nanofluid in a Tube with Twisted Tape Inserts", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 46, pp. 13-21, (2013).
23. Yarmand, H. Gharehkhani, S., Ahmadi, G., Seyed Shirazi, S. F., Baradaran, S., Montazer, E., Mohd Zubir, M. N., Alehashem, M. S., Kazi, S. N. and Dahari, M., "Graphene Nanoplatelets–Silver Hybrid Nanofluids for Enhanced Heat Transfer", *Energy Conversion and Management*, Vol. 100, pp. 419-28, (2015).
24. Ravi Kumar, N. T., Bhramara, P., Addis, B. M., Syam Sundar, L., Singh, M. K. and Sousa, A. C. M., "Heat Transfer, Friction Factor and Effectiveness Analysis of Fe_3O_4/Water Nanofluid Flow in a Double Pipe Heat Exchanger with Return Bend", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 81, pp. 155-63, (2017).
25. Syam Sundar, L., Singh, M.K. and Sousa, A.C.M., "Turbulent Heat Transfer and Friction Factor of Nanodiamond-Nickel Hybrid Nanofluids Flow in a Tube: An Experimental Study", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 117, pp. 223-34, (2018).
26. Syam Sundar, L. Singh, M.K., Bidkin, I. and Sousa, A.C.M., "Experimental Investigations in Heat Transfer and Friction Factor of Magnetic Ni Nanofluid Flowing in a Tube", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 70, pp. 224-34, (2014).
27. Durga Prasad, P.V., Gupta, A.V.S.S.K.S., Sreeramulu, M., Syam Sundar, L., Singh, M.K. and Sousa, A.C.M., "Experimental Study of Heat Transfer and Friction Factor of Al_2O_3 Nanofluid in U-Tube

Heat Exchanger with Helical Tape Inserts", *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 62, pp. 141-50, (2015).

28. Abdul Hamid, K., Azmi, W. H., Nabil, M. F. and Mamat, R. "Experimental Investigation of Nanoparticle Mixture Ratios on TiO_2–SiO_2 Nanofluids Heat Transfer Performance under Turbulent Flow", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 118, pp. 617-27, (2018).
29. Ravi Kumar, N. T., Bhramara, P., Syam Sundar, L., Singh, M. K. and Sousa, A. C. M., "Heat Transfer, Friction Factor and Effectiveness of Fe_3O_4 Nanofluid Flow in an Inner Tube of Double Pipe U-Bend Heat Exchanger with and without Longitudinal Strip Inserts", *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 85, pp. 331-43, (2017).
30. Syam Sundar, L., Otero-Irurueta, G., Singh, M. K. and Sousa, A. C. M., "Heat Transfer and Friction Factor of Multi-Walled Carbon Nanotubes–Fe_3O_4 Nanocomposite Nanofluids Flow in a Tube with/without Longitudinal Strip Inserts." *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 100, pp. 691-703, (2016).
31. Syam Sundar, L., Singh, M.K. and Sousa, A.C.M., "Heat Transfer and Friction Factor of Nanodiamond-Nickel Hybrid Nanofluids Flow in a Tube with Longitudinal Strip Inserts", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 121, pp. 390-401, (2018).
32. Abbasian Arani, A.A. and Amani, J., "Experimental Investigation of Diameter Effect on Heat Transfer Performance and Pressure Drop of TiO_2–Water Nanofluid", *Experimental Thermal and Fluid Science*, Vol. 44, pp. 520-33, (2013).
33. Syam Sundar, L. and Sharma, K.V., "Heat Transfer Enhancements of Low Volume Concentration Al_2O_3 Nanofluid and with Longitudinal Strip Inserts in a Circular Tube", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 53, No. 19-20, pp. 4280-86, (2010).